

2. Mémoire de master de géographie

Institution – Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse – 74, rue Louis Pasteur – 84 000 Avignon

Intitulé du master – Structures et dynamiques spatiales (master intersite)

Stages de spécialisation : « Espace et systèmes territoriaux » (Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse, 84)

« Conduite d'une recherche en analyse spatiale Démarches méthodes et outils » (Université de Nice Sophia Antipolis, 06)

« Simulation des dynamiques spatiales » (Université de Franche-Comté, 25)

« Analyse de réseau » (Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse, 84)

« Modélisation graphique » (Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse, 84)

Comptes-rendus de stage : Maxime Forriez, 2006, *Commentaire de l'article « Modeling land-use change in a decision-support system for coastal-zone management » du RIKS*, Besançon, Université de Franche-Comté, 13 p.

Maxime Forriez, 2006, *Approche par la modélisation graphique de la motte de Boves*, Avignon, Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse, 17 p.

Titre – Forriez, Maxime, 2007, *Construction d'un espace géographique fractal. Pour une géographie mathématique et recherche d'une théorie de la forme*, Avignon, Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse, Mémoire de Master 2, 202 p.

Date de soutenance – 31 mai 2007

Mention – Très bien (18/20)

Résumé – Ce mémoire s'inscrit dans la continuité d'un stage scientifique réalisé sous la direction de Laurent Nottale sur la relativité d'échelle. Ce mémoire pose et défend une position de recherche scientifique en géographie. Il positionne la géographie par rapport aux systèmes complexes et en fait ressortir l'importance de la théorie de la relativité d'échelle. Il s'agit de montrer que toute la géographie possède un élément transcendant : les échelles. Ce mémoire propose de passer d'une approche multiscalaire qualitative à une approche multiscalaire quantitative. Il s'achève par trois exemples d'application : en géohistoire (répartition des châteaux dans l'Amiénois), en géographie urbaine (loi rang-taille) et en simulation spatiale.

Mots-clés – Relativité d'échelle, systèmes complexes, épistémologie

Mémoire de maîtrise soutenu devant le jury suivant :

Membre	Qualité	Fonction	Institution
Joël Charre	Examinateur	Professeur des Universités	Université d'Avignon et des Pays du Vaucluse
Loïc Grasland	Examinateur	Professeur des Universités	Université d'Avignon et des Pays du Vaucluse
Philippe Martin	Directeur	Maître de conférences - H.D.R.	Université d'Avignon et des Pays du Vaucluse

Outils – Système d'information géographique, modèle log-périodique temporel, modèle spatio-temporel, programmation de routines *Mathematica*

Champs d'investigation – Géohistoire, géographie urbaine

Objets d'étude – Motte de Boves, loi rang – population urbaine mondiale, automate cellulaire (modèle RIKS)

Méthodes – Approche multi-scalaire, approche relativiste, approche mathématique, approche théorique, établissement de principes géographiques, analyse statistique, analyse radiale

Plan

1. Avant-propos

2. Introduction générale

3. Géographie et complexité

3.1. *Eléments d'épistémologie*

3.1.1. Philosophie, science et sciences

3.1.2. Le champ phénoménal

3.1.2.1. *Les phénomènes*

3.1.2.2. *La méthode et les techniques*

3.1.2.2.1. La méthode

3.1.2.2.2. Les techniques

3.1.2.3. *Les faits*

3.1.3. Le champ théorique

3.1.3.1. *Les principes premiers*

3.1.3.2. *La problématique, les raisonnements et les logiques*

3.1.3.2.1. La logique

3.1.3.2.2. La problématique

3.1.3.2.3. Les raisonnements

3.1.3.3. *Les concepts*

3.1.3.4. *Les théories*

3.1.3.5. *Les modèles*

3.1.4. Le champ ontologique

3.1.4.1. *Etre et objets*

3.1.4.2. *Les paradigmes*

3.2. *Les cadres doctrinaux*

3.2.1. Le paradigme pré-moderne

3.2.2. Le paradigme moderne et postmoderne

3.2.3. Le paradigme transmoderne

3.3. *Complexité, chaos et fractales*

3.3.1. La complexité

3.3.1.1. *Définition de l'émergence*

3.3.1.2. *La théorie statistique de l'information*

3.3.1.2.1. Généralités sur l'information

3.3.1.2.2. La théorie statistique de l'information de Shannon

3.3.1.2.3. La théorie algorithmique de l'information d'Andrei

Kolmogorov

3.3.2. Le chaos

3.3.2.1. *Les systèmes déterministes*

3.3.2.2. *La non linéarité*

3.3.2.3. *La dynamique*

3.3.2.4. *Les structures dissipatives*

3.3.2.5. *L'entropie*

3.3.2.6. *L'attracteur*

3.3.3. Les fractales

3.4. Conclusion de la partie

4. Géographie et échelles

4.1. *Construction de l'espace géographique et de l'objet de la géographie*

4.1.1. Construction de la démarche scientifique en géographie

4.1.2. Construction des principes premiers de la géographie

4.1.2.1. *Les principes premiers philosophiques*

4.1.2.1.1. Le principe de causalité

4.1.2.1.2. Le déterminisme

4.1.2.1.3. Le principe de la raison suffisante (Leibniz)

4.1.2.1.4. Les principes télologiques

4.1.2.1.5. Le principe de relativité (Galilée, Einstein, Poincaré,

Nottale)

4.1.2.2. *Les principes mathématiques*

4.1.2.2.1. La théorie des ensembles ZF

4.1.2.2.2. Les principes admis, mais discutables

4.1.3. L'intuition de l'espace et du temps

4.1.3.1. *L'espace*

4.1.3.2. *Le temps*

4.1.3.3. *L'espace-temps*

4.1.3.4. *Les sept symétries de l'espace-temps (ou principe de Noether ou*

théorème de Noether)

4.1.3.4.1. L'impulsion

4.1.3.4.2. L'énergie

4.1.3.4.3. Le moment angulaire

4.1.3.4.4. Le principe de Curie

4.1.3.5. *L'échelle*

4.1.3.6. *Conclusion partielle*

4.2. *La position de la géographie*

4.2.1. La définition de la science géographique

4.2.1.1. *Le champ phénoménal*

4.2.1.2. *Le champ théorique*

4.2.1.3. *Le champ ontologique*

4.2.2. Les principes géographiques

4.2.2.1. *Le principe de continuité et finitude*

4.2.2.2. *Le principe d'anisotropie et d'hétérogénéité*

4.2.2.3. *Le principe d'interaction (ou des actions réciproques)*

4.2.3. L'espace géographique

4.2.3.1. *L'approche classique de l'espace géographique*

4.2.3.1.1. L'espace absolu

4.2.3.1.2. L'espace relatif

4.2.3.1.3. L'espace perçu et l'espace vécu

4.2.3.2. *L'approche axiomatique de l'espace géographique*

4.2.3.3. *L'approche par principes premiers*

4.2.3.4. *Le problème du lieu et de sa délimitation*

4.2.3.5. *Le lieu et le site*

4.2.3.6. *La répartition des lieux dans l'espace géographique*

4.2.3.7. *Conclusion partielle*

4.2.4. La place du temps

4.2.5. L'espace-temps en géographie

4.3. *Espace géographique et échelles*

4.3.1. Espace géographique et dépendance d'échelle.

4.3.2. Vers une géographie structurale ?

4.4. *La position de la géographie sur les grands débats épistémologiques des sciences*

humaines

4.4.1. Holisme et individualisme

4.4.2. Nomothétique et idiographique

4.4.3. Quantitatif et qualitatif

4.4.3.1. *La position des sciences de l'homme*

4.4.3.2. *Les transformations de l'outil mathématique*

4.4.4. Bilan constructif

5. Géographie et fractales

5.1. *Les fractales et la géographie*

5.2. *Fractale, fractales ? Vous avez dit fractale ! Êtes-vous sûrs ?*

Maxime Forriez
Fiche technique du mémoire de maîtrise d'histoire et de géographie
<http://www.louez-mon-cerveau.com/>

5.2.1. Notions élémentaires

5.2.1.1. *Les fonctions logarithmiques*

5.2.1.1.1. Le logarithme népérien

5.2.1.1.1.1. Définition

5.2.1.1.1.2. Propriétés algébriques

5.2.1.1.1.3. Etude de la fonction $f(x) = \ln x$

5.2.1.1.1.4. Les fonctions composées de $\ln u$

5.2.1.1.2. Les logarithmes de base a

5.2.1.1.2.1. Définition.

5.2.1.1.2.2. Propriétés

5.2.1.1.2.3. Changement de base

5.2.1.2. *Les fonctions exponentielles.*

5.2.1.2.1. L'exponentielle de base e

5.2.1.2.1.1. Définition.

5.2.1.2.1.2. Propriétés algébriques.

5.2.1.2.1.3. Etude de la fonction $f(x) = e^x$

5.2.1.2.1.4. Les fonctions composées de e^u

5.2.1.2.2. Les exponentielles de base a

5.2.1.2.2.1. Définition

5.2.1.2.2.2. Propriétés algébriques

5.2.1.2.2.3. Etude de la fonction $f(x) = ax$

5.2.1.3. *Les fonctions puissance*

5.2.1.3.1. L'exposant rationnel

5.2.1.3.1.1. Les puissances et les racines énièmes

5.2.1.3.1.2. Les propriétés algébriques de la racine énième

5.2.1.3.1.3. L'exposant rationnel

5.2.1.3.2. Les fonctions puissances

5.2.1.3.2.1. Les fonctions puissances

5.2.1.3.2.2. L'étude de la dérivabilité en 0

5.2.1.4. Conclusion

5.2.2. La définition des fractales

5.2.2.1. *Les concepts de distance et de dimension*

5.2.2.1.1. La notion de distance

5.2.2.1.2. La notion de dimension

5.2.2.1.3. Les notions de dilatation et de contraction

5.2.2.2. *La définition de Benoît Mandelbrot*

5.2.2.2.1. Les objets fractals

5.2.2.2.2. La dimension fractale

5.2.2.2.2.1. La dimension de similitude

5.2.2.2.2.1.1. Quelques rappels mathématiques

sur les similitudes

5.2.2.2.2.1.1.1. Définition

5.2.2.2.2.1.1.2. Propriétés

5.2.2.2.2.1.1.3. Décomposition d'une

similitude

5.2.2.2.2.1.2. La dimension de similitude

5.2.2.2.2.1.3. Les problèmes pratiques de la

dimension de similitude

5.2.2.2.2.2. La dimension de Hausdorff-Besicovitch

5.2.2.2.2.3. La détermination pratique de la dimension

fractale dans un espace métrique

5.2.2.2.2.3.1. La méthode des boîtes

5.2.2.2.2.3.2. La méthode des boules disjointes

5.2.2.2.2.3.3. La méthode du compas

5.2.2.2.2.4. Méthode de calcul de la dimension fractale d'un

ensemble de points (Berge, Pomeau, Vidal, 1988, p. 159)

5.2.2.2.3. Les fractales auto-affine

5.2.2.2.4. La multifractalité

5.2.2.2.4.1. Définitions

5.2.2.2.4.1.1. L'exposant de singularité

Maxime Forriez
Fiche technique du mémoire de maîtrise d'histoire et de géographie
<http://www.louez-mon-cerveau.com/>

signification de D_1 .

courbe

dépendance d'échelle)

transition

d'échelle

quantique

Tannoudji et alii, 1977 ; Landau, Lifchitz, 1989 ; Gribbin, 1994)

5.2.8.2. La mécanique quantique et la relativité d'échelle

5.3. Vers un espace géographique quasi quantique ?

5.3.1. Rôle capital de la transition fractal – non fractal en géographie

- 5.2.2.2.4.1.2. Le spectre $f(\alpha)$ des singularités
- 5.2.2.2.4.1.3. Le spectre $\tau(q)$
- 5.2.2.2.4.1.3.1. La signification de $\tau(q)$
- 5.2.2.2.4.1.3.2. La forme et la

- 5.2.2.2.4.1.4. Bilan
- 5.2.2.2.4.2. L'approche statistique des multifractales
- 5.2.2.2.4.3. Le problème inverse pour les fractales
- 5.2.2.2.4.4. Conclusion
- 5.2.2.2.5. Les problèmes de la définition de Benoît Mandelbrot
- 5.2.2.3. *La définition de Laurent Nottale*
- 5.2.2.3.1. Les fondements des fractals
- 5.2.2.3.2. La question de la différentiabilité de l'espace
- 5.2.2.3.2.1. L'espace-temps différentiable
- 5.2.2.3.2.2. L'espace-temps non différentiable
- 5.2.2.3.2.3. L'opérateur différentiel de dilatation
- 5.2.2.3.3. L'espace fractal
- 5.2.2.3.3.1. Les courbes fractales dans le plan
- 5.2.2.3.3.2. Les courbes fractales dans l'espace
- 5.2.2.3.3.3. Les surfaces fractales
- 5.2.2.3.3.4. Les fonctions fractales
- 5.2.2.3.3.4.1. La construction mathématique
- 5.2.2.3.3.4.2. La dimension fractale d'une

5.2.2.3.3.4.3. Les fonctions fractales

5.2.2.3.3.5. Qu'est-ce qu'une dimension fractale ?

5.2.2.3.3.6. La dimension fractale variable

5.2.2.3.3.7. Vers la définition d'un espace-temps fractal

5.2.3. La théorie de la relativité d'échelle de Laurent Nottale

5.2.3.1. *Le principe de la relativité*

5.2.3.1.1. La relativité galiléenne

5.2.3.1.2. La relativité restreinte

5.2.3.1.3. La relativité générale

5.2.3.2. *Les principes de covariance et d'équivalence*

5.2.4. La dimension fractale constante ou la relativité d'échelle galiléenne

5.2.4.1. *Les régressions linéaires ou la relativité d'échelle galiléenne*

5.2.4.1.1. Une brisure de la symétrie d'échelle (ou l'apparition de la

dépendance d'échelle)

5.2.4.1.2. La brisure de l'invariance d'échelle : les échelles de

transition

5.2.4.2. *La correction log-périodique, un exemple de régression non linéaire*

5.2.4.2.1. Les lois d'échelles non linéaire : les équations du deuxième ordre et les dimensions fractales complexes

5.2.4.2.1.1. La correction log-périodique et l'invariance

d'échelle

5.2.4.2.1.2. La correction log-périodique et la dépendance

d'échelle

5.2.4.2.2. Discrétisation de loi log-périodique

5.2.5. Les fractales à dimension variable (ou djinn)

5.2.5.1. *Les lois d'échelle, le djinn et le formalisme lagrangien*

5.2.5.2. *La dynamique d'échelle et la force d'échelle*

5.2.6. La relativité d'échelle restreinte

5.2.7. La relativité d'échelle généralisée

5.2.8. L'équation d'Erwin Schrödinger généralisée et une dynamique induite de type

quantique

Messiah, 1959 ; Cohen-Tannoudji et alii, 1977 ; Landau, Lifchitz, 1989 ; Gribbin, 1994)

5.2.8.2. La mécanique quantique et la relativité d'échelle

5.3. Vers un espace géographique quasi quantique ?

5.3.1. Rôle capital de la transition fractal – non fractal en géographie

Maxime Forriez

Fiche technique du mémoire de maîtrise d'histoire et de géographie

<http://www.louez-mon-cerveau.com/>

- 5.3.2. Dynamique de type quantique en géographie
- 5.3.3. Le rôle de la constante d'auto-organisation

5.4. Conclusion de la partie

6. Quelques applications en géographie

6.1. Retour à Boves : vers un modèle spatio-temporel

- 6.1.1. La méthode pour mener l'étude spatio-temporelle
- 6.1.2. La réflexion sur l'analyse spatio-temporelle
 - 6.1.2.1. *Le temps*
 - 6.1.2.1.1. La loi de l'évolution de Laurent Nottale (2000)
 - 6.1.2.1.2. L'archétype de Boves
 - 6.1.2.1.3. Bilan et perspective
 - 6.1.2.2. *L'espace*
 - 6.1.2.2.1. L'analyse spatiale
 - 6.1.2.2.2. L'analyse fractale
 - 6.1.2.2.3. Bilan et prospectives
 - 6.1.2.3. *L'espace-temps*
 - 6.1.2.3.1. Le rôle de l'équation de Schrödinger généralisée
 - 6.1.2.3.2. Bilan et perspective

6.2. Population des villes mondiales : du modèle linéaire aux modèles non linéaires

- 6.2.1. Présentation de la loi rang-taille
- 6.2.2. Relativité d'échelle et loi rang-taille
- 6.2.3. Loi rang-taille parabolique
- 6.2.4. Correction log-périodique et loi rang-taille
- 6.2.5. Quelques notes sur l'indice G de Philippe Martin

6.3. Le modèle du R.I.K.S. Un exemple de processus fractal appliqué à un automate cellulaire modélisant l'espace géographique

- 6.3.1. Description des paramètres du modèle à micro échelle
- 6.3.2. Etude de la fluctuation stochastique
 - 6.3.2.1. *Variable stochastique fractale*
 - 6.3.2.1.1. Hypothèse de départ
 - 6.3.2.1.1.1. $D_T = D = 2$
 - 6.3.2.1.1.2. $D_T = 1$ et $D = 2$
 - 6.3.2.1.1.3. $D_T = 0$ et $D = 2$
 - 6.3.2.1.1.4. Conclusion partielle et prospective
 - 6.3.2.1.2. Démonstration de la fractalité par la construction de l'indice γ
- 6.3.2.2. *Signification mathématique et intérêt du terme aléatoire*

6.3.3. Conclusion

7. Conclusion générale. Géographie et relativité d'échelle, vers une géographie mathématique

- 7.1. Géographie et relativité d'échelle
- 7.2. Projet d'une géographie mathématique

8. Bibliographie