Comparaison entre la classification de Horton (1945) et la classification ascendante hiérarchique des confluences (CHAC)

UNIVERSITÉ D'AVIGNON ET DES PAYS DE VAUCLUSE

Application au bassin amont du Gardon (Gard, France)

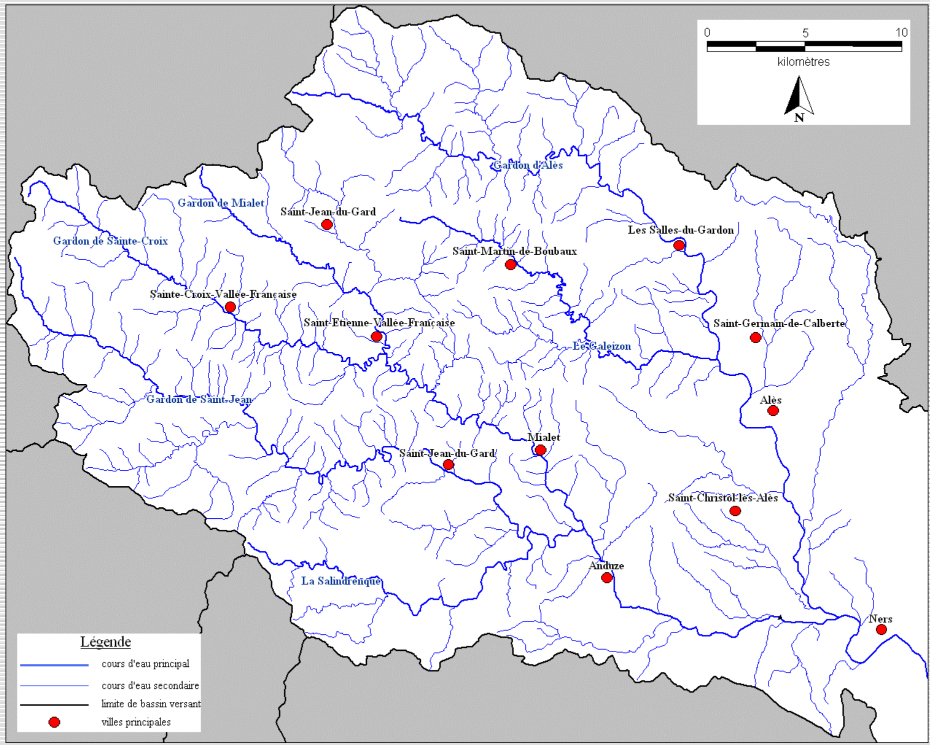
Maxime Forriez, Allocataire - Moniteur en géographie – UMR ESPACE (Avignon)

Philippe Martin, Professeur de géographie – UMR ESPACE (Avignon)

Laurent Nottale, Directeur de recherche CNRS à l'Observatoire de Paris - Meudon

UNIVERSITÉ D'AVIGNON ET DES PAYS DE VAUCLUSE

Les Gardons en amont des gorges karstiques du Gardon (Gard)



Source : Bd Carthage

- Massif des Cévennes, sud-est du Massif Central
- Affluent du Rhône
- Surface drainée proche de 1 069 km^2 à 1:50 000
- Partie amont sur socle, partie aval terrains sédimentaires
- Précipitation moyenne/an > 1 m au-delà d'Alès.
- Étude du réseau pérenne

Arbre et arborescence

Théorie des graphes

UNIVERSITÉ D'AVIGNON
ET DES PAYS DE VAUCLUSE

• Un arbre est un graphe **non orienté**, connexe et sans cycle constitué d'arcs et de nœuds

• Les confluences sont assimilées aux nœuds comme les sources ; les talwegs entre aux arcs

• Une arborescence est un graphe **orienté**, connexe et sans cycle ; l'orientation est donnée par le sens des écoulements.

• Conclusion. Tout réseau hydrographique est une arborescence.

UNIVERSITÉ D'AVIGNON ET DES PAYS DE VAUCLUSE

Arborescence

et réseau hydrographique

- La classification de Horton-Schumm-Strahler est une ordination d'amont en aval telle que :

  Soient un arc A de rang *m* et un arc B de rang *n* qui confluent le rang *o* de C sera alors

$$o = \max\left\{m, n, \mathrm{E}\left(\frac{m+n+2}{2}\right)\right\}$$

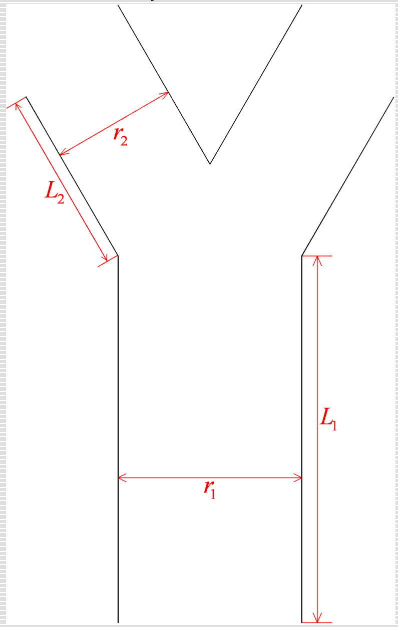
- La classification Ascendante Hiérarchique des Confluences (C.H.A.C.) est une ordination d'aval en amont conforme à la dynamique morphogénétique

- L'arbre est décomposé selon la théorie des graphes

- Ces deux approches permettent d'évaluer la dimension fractale d'un objet

L'arborescence selon Léonard

• « Loi » de Léonard de Vinci : « *toutes les branches d'arbres, à quelque degré de leur hauteur qu'on le réunisse, sont égales à la grosseur du tronc. Toutes les ramifications des eaux, douées d'un mouvement égal, à chaque degré de leur longueur égalent la grosseur du fleuve, leur père* » (*in* Nottale *et alii*, 2000, p. 185)



$$k r_{n+1}^{\;2} = r_n^{\;2}$$

où *r* est le rayon et *L* la longueur du cours d'eau

k correspond à la bifurcation élémentaire (nb branches)

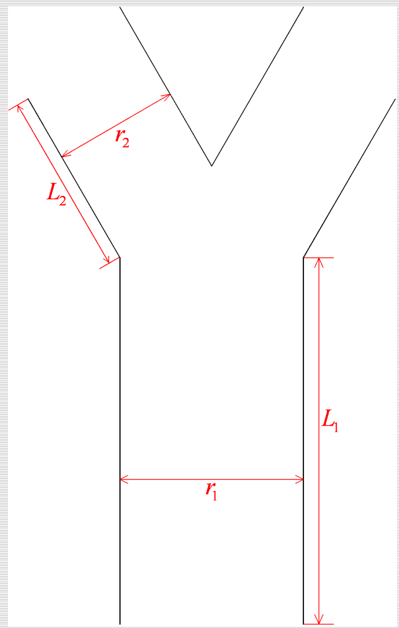
Arborescence et log-périodicité

On en déduit :

$$k = \left(\frac{r_n}{r_{n+1}} \right)^2$$

On pose :

$$\frac{r_n}{r_{n+1}} = \frac{L_n}{L_{n+1}} = g$$



Arborescence
et log-périodicité

On en conclut la relation fondamentale :

$$g^2 = k$$

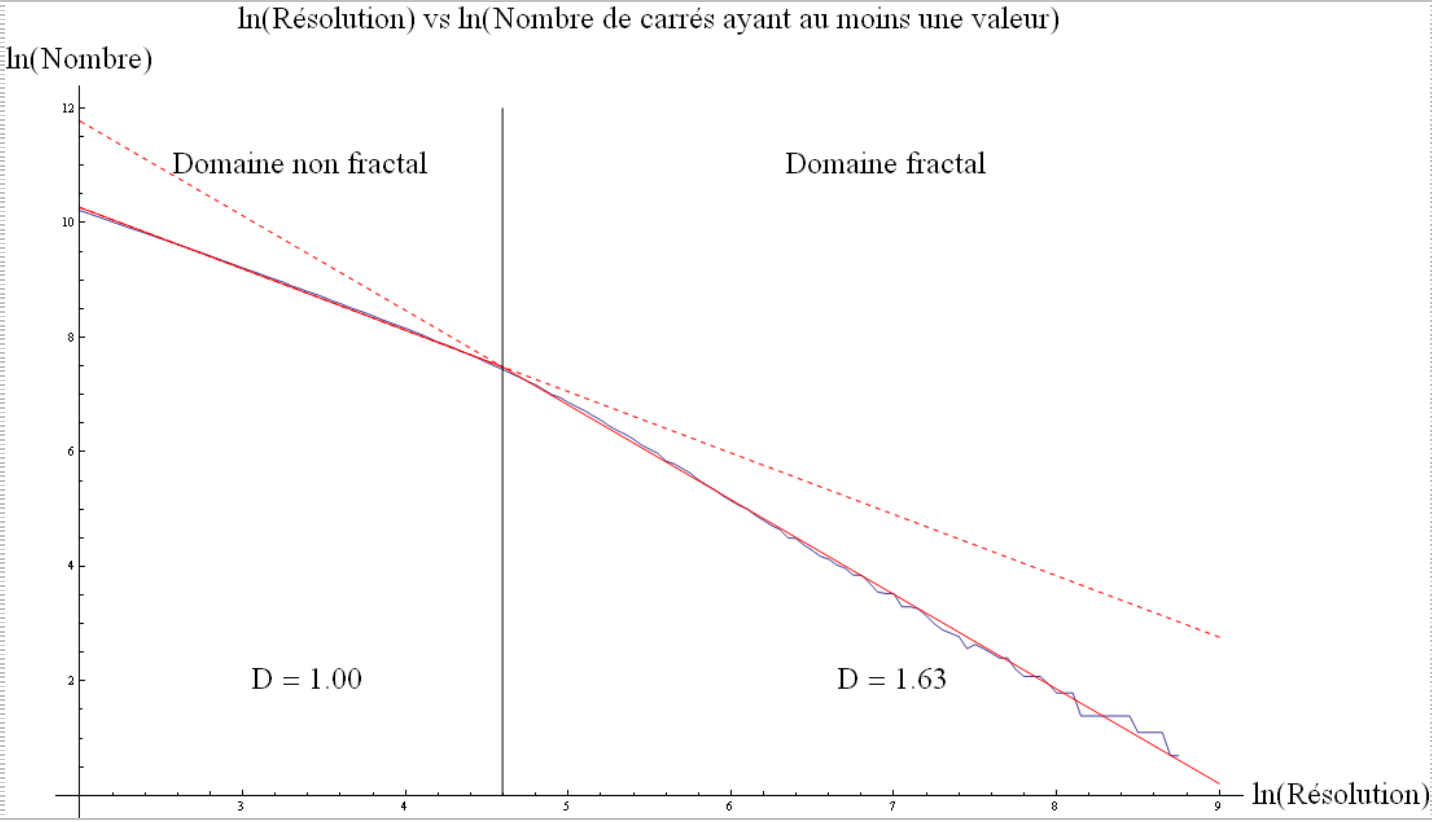
Benoît Mandelbrot (1977) montra que l'exposant 2 était une dimension fractale.

Pour le Gardon : $\overline{g} = 1{,}20 \pm 0{,}10$

$$k = 2$$

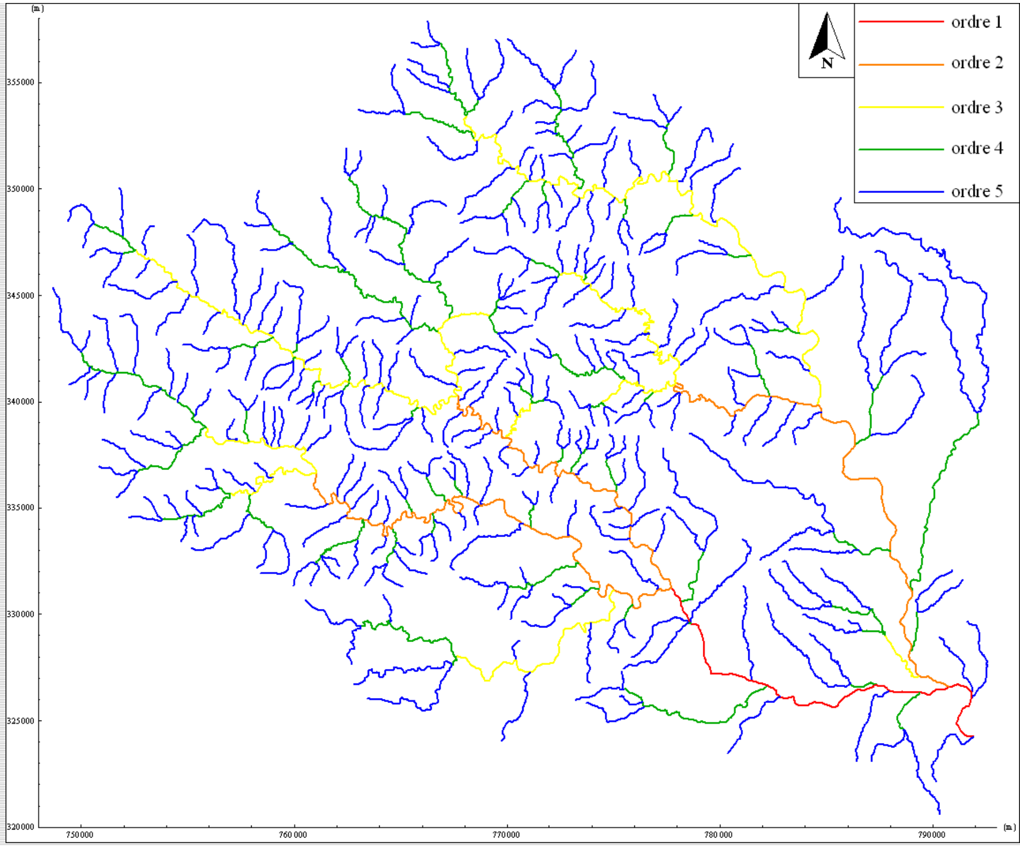
Calcul d'une dimension fractale par comptage de boîtes carrées

UNIVERSITÉ D'AVIGNON ET DES PAYS DE VAUCLUSE



UNIVERSITÉ D'AVIGNON
ET DES PAYS DE VAUCLUSE

Classification de Horton



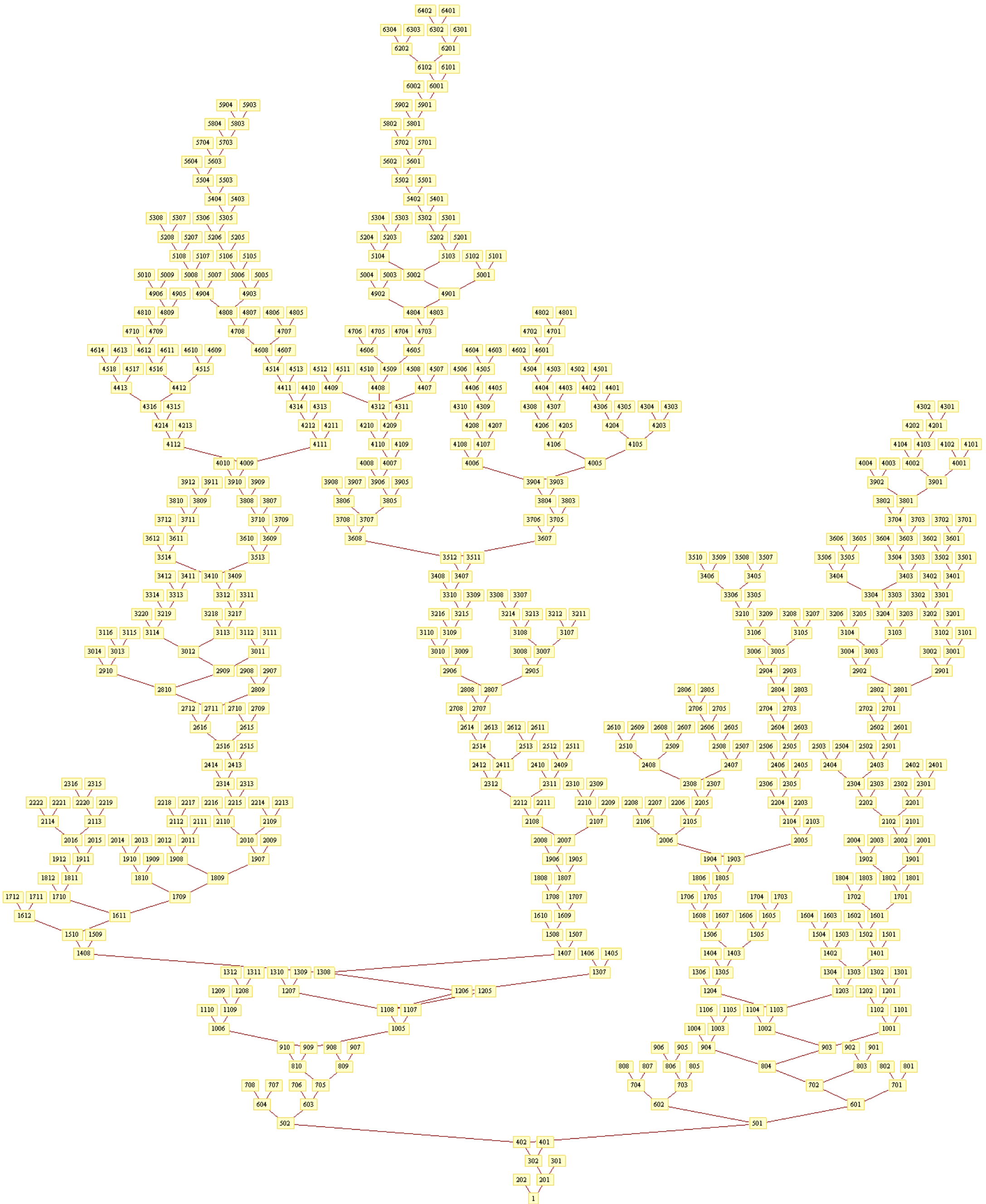
$D = 1{,}48 \pm 0{,}13$

Dimension externe de l'arbre

$$D = \frac{\mathrm{d}\ln(RL)}{\mathrm{d}\ln(RC)}$$

UNIVERSITÉ D'AVIGNON
ET DES PAYS DE VAUCLUSE

Classification ascendante hiérarchique des confluences



D = 1,98 ± 0,14

Dimension interne de l'arbre

UNIVERSITÉ D'AVIGNON
ET DES PAYS DE VAUCLUSE

Classification ascendante hiérarchique des confluences

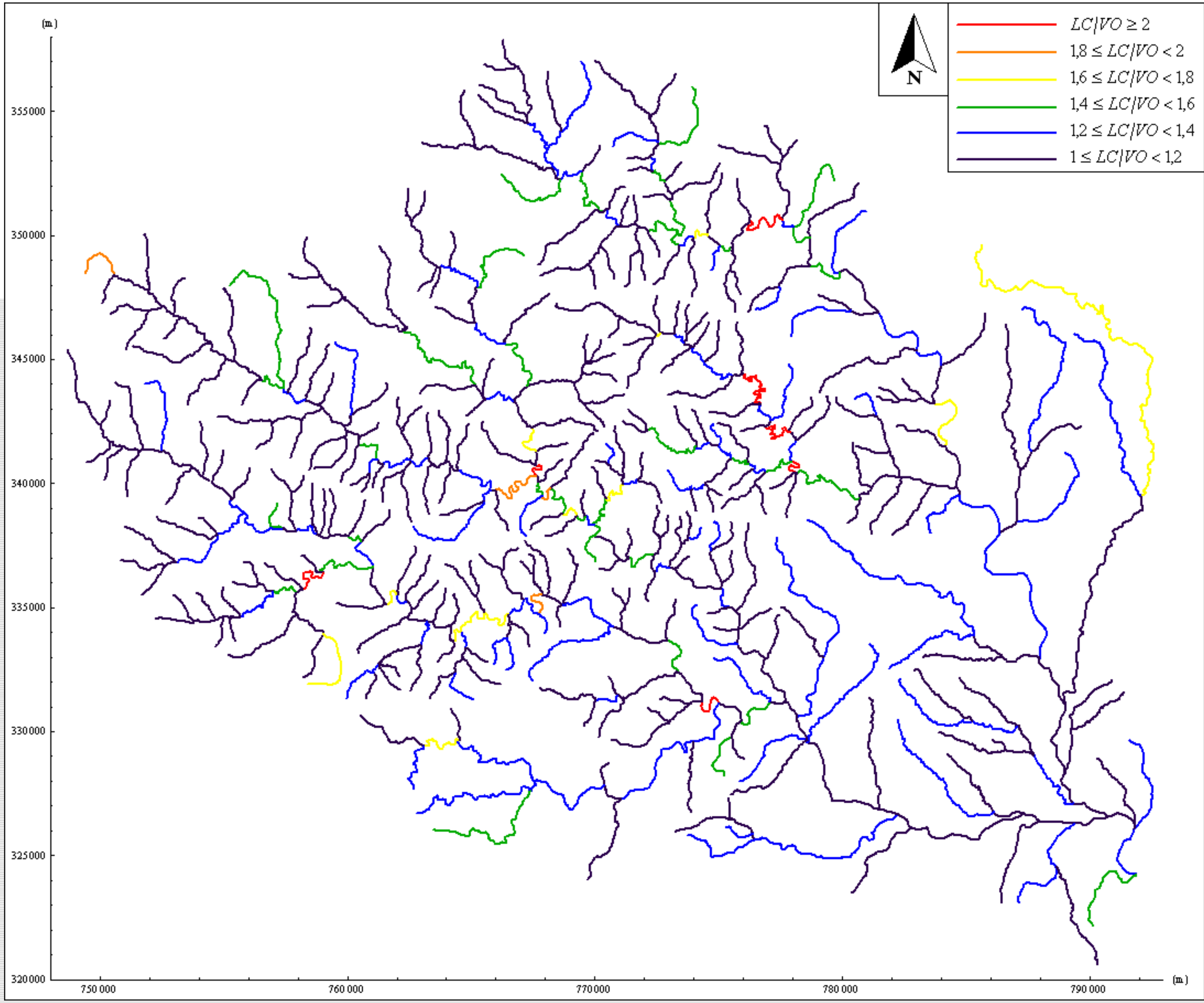
Raisonnement par arc

- Création d'un indice de tortuosité pour chaque portion de talweg entre deux confluences

$$I = \frac{\text{distance le long du cours d'eau entre deux noeuds}}{\text{distance à vol d'oiseau entre deux noeuds}}$$

- Possibilité de calculer une dimension fractale locale pour chaque arc de talweg

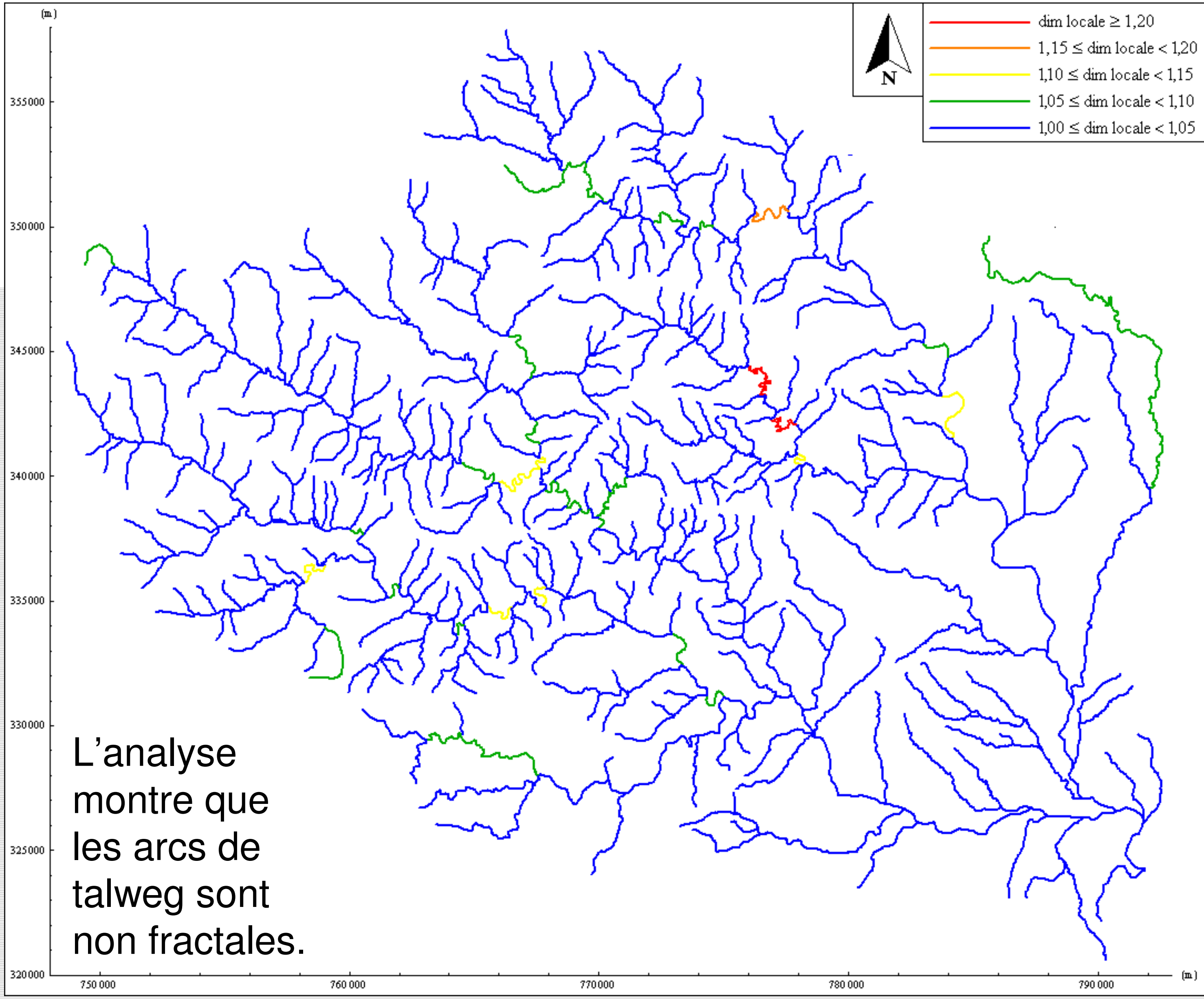
Répartition de l'indice local de tortuosité



Maxime Forriez - ***UMR 6012 ESPACE (Avignon)*** **-**

UNIVERSITÉ D'AVIGNON ET DES PAYS DE VAUCLUSE

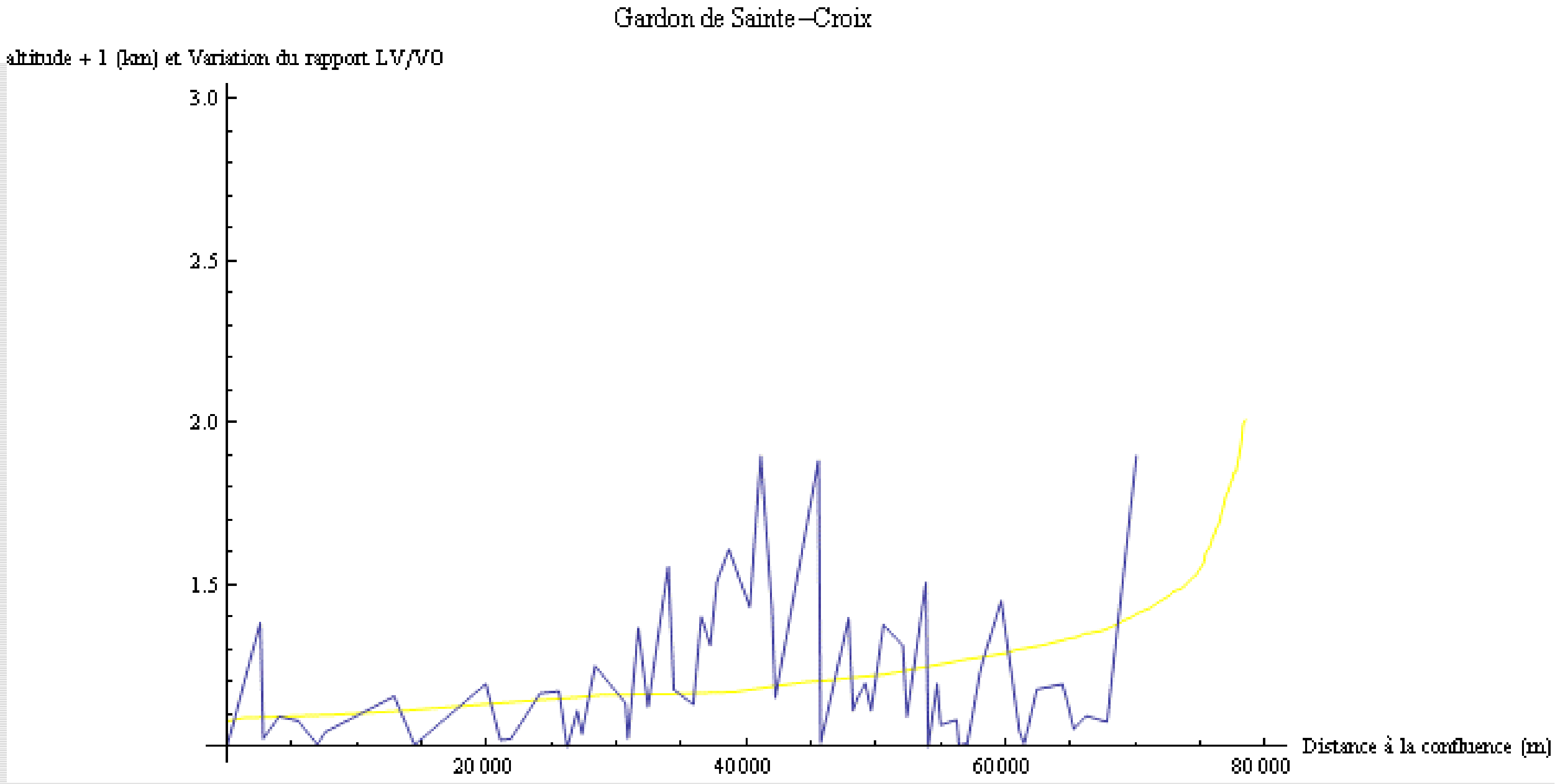
Dimension fractale locale de chaque arc de talweg



L'analyse montre que les arcs de talweg sont non fractales.

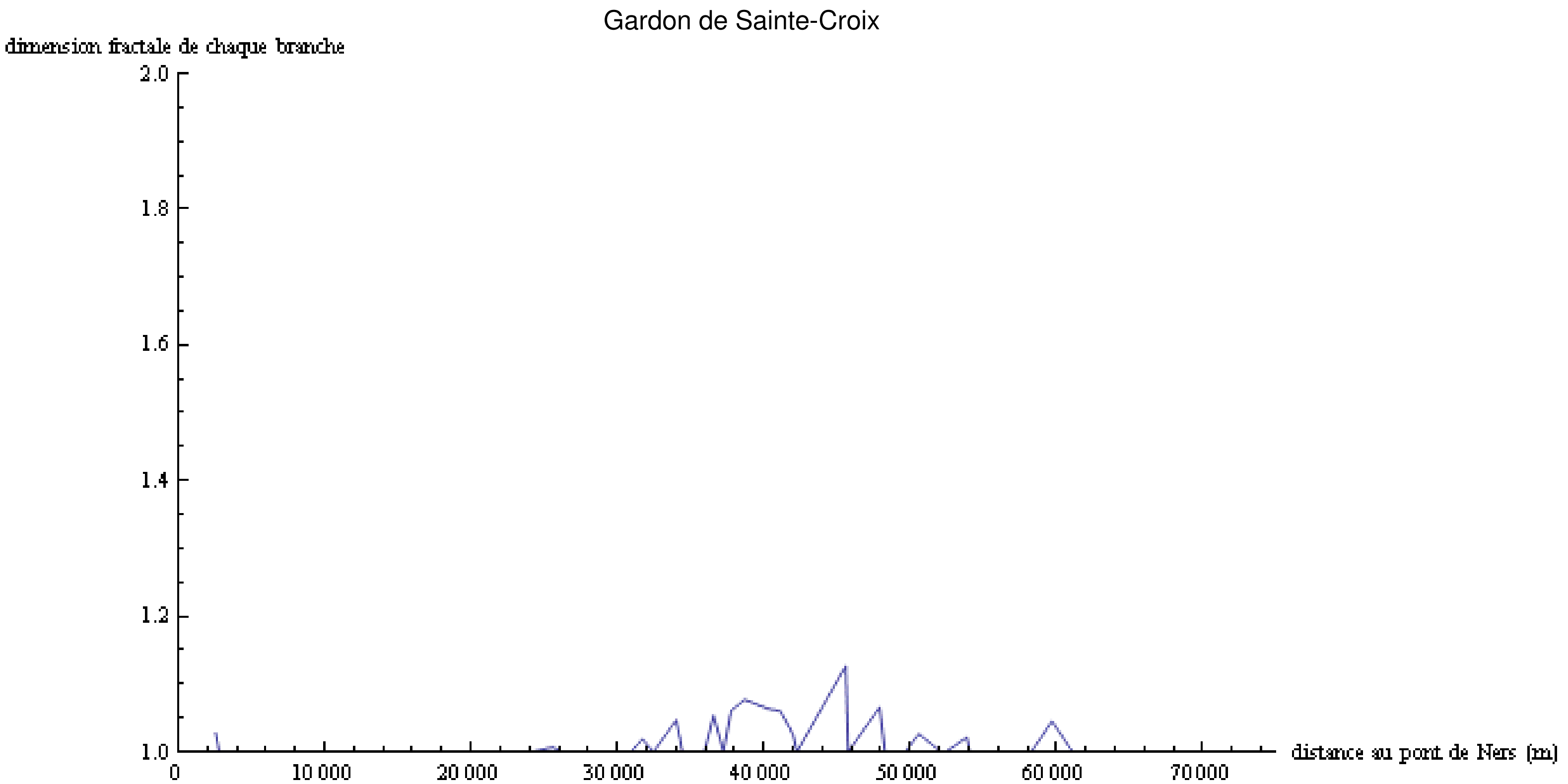
Dimension fractale locale de chaque arc de talweg

Relevé de l'indice de tortuosité local



Dimension fractale locale de chaque arc de talweg

Relevé de la dimension fractale locale



Maxime Forriez - *UMR 6012 ESPACE (Avignon) -*

Dimension fractale globale des chemins :

De chaque source au Pont de Ners

- L'analyse montre que chaque chemin de chaque source au Pont de Ners est non fractal.
- En effet la dimension synthétique des talwegs (D_{ST}) est égale à :

$$<D_{ST}> = 1,02 \pm 0,03$$

- Autrement dit, le cheminement suivi par l'écoulement est non fractal.
- Toutefois un indice synthétique et moyen de tortuosité ($<I_{ST}>$) peut être calculé sur chaque chemin. Pour le Gardon :

$$<I_{ST}> = 1,47 \pm 0,14$$

Les trois niveaux de compréhension d'un arbre à apprécier en fonction de l'échelle de l'information géographique disponible

UNIVERSITÉ D'AVIGNON
ET DES PAYS DE VAUCLUSE

1. Celui de l'arbre comme structure spatiale topologique en 2D qui présente deux dimensions fractales: l'une interne (1,98), l'autre externe (1,48) dans le cas du Gardon.

2. Celui des chemins qui est en moyenne non fractal et dans certains cas très peu fractal ($1 < D < 1,07$).

3. Celui de chaque arc de talweg qui peut être fractal mais dont la taille, si elle est trop petite, correspond à celle du pas de l'information disponible, ce qui ne permet pas de mesurer la dimension fractale de l'objet d'étude. Cette situation définit une échelle de coupure virtuelle.

- La fractalité de l'arbre n'implique donc pas celle de ses chemins et de ses arc de talweg. Celles-ci apparaissent contraintes par l'échelle de l'information disponible.

- Ainsi l'analyse conduite doit-elle toujours tenir le plus grand cas de l'échelle de l'information géographique disponible pour établir la fractalité des objets d'étude.

Tableau de synthèse

	Horton-Schumm	C.H.A.C.
Dimension fractale	$1{,}48 \pm 0{,}13$ Dim externe	$1{,}98 \pm 0{,}14$ Dim interne
Comptage (sens de l'arborescence)	Sources	Exutoire
Dynamique	Du « flux »	Du réseau

Conclusion

UNIVERSITÉ D'AVIGNON ET DES PAYS DE VAUCLUSE

- La classification de Horton permet :
  - De calculer une dimension fractale proche de celle obtenue par comptage de boîtes carrées.
- La CHAC permet :
  - D'effectuer une série de mesures dans le sens de la morphogenèse et/ou de l'écoulement.
  - De décomposer le réseau en chemins et en arcs de talwegs analysables respectivement.
  - D'insérer cette approche empirique dans le cadre formel des loi log périodiques, pressenties par Léonard de Vinci.

UNIVERSITÉ D'AVIGNON
ET DES PAYS DE VAUCLUSE

Merci de votre attention

UNIVERSITÉ D'AVIGNON ET DES PAYS DE VAUCLUSE

Comparaison entre la classification de Horton (1945) et la classification ascendante hiérarchique des confluences (CHAC)

Application au bassin amont du Gardon (Gard, France)

Maxime Forriez, Allocataire - Moniteur en géographie – UMR ESPACE (Avignon)

Philippe Martin, Professeur de géographie – UMR ESPACE (Avignon)

Laurent Nottale, Directeur de recherche CNRS à l'Observatoire de Paris - Meudon